МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
НАЦИОНАЛЬНИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по курсу

«Временные ряды»

для студентов специальности 113 «Прикладная математика»

Утверждено
редакционно-издательским
советом университета,
протокол №1 от 20.06.12

НТУ «ХПИ» Харьков 2013

Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу «Временные ряды» для студентов специальности «Прикладная математика» / сост. Гардер С.Е., Гомозов Е.П., Корниль Т.Л. — Харьков: НТУ «ХПИ», 2013. – 23 с.

Составители: С.Е. Гардер

Е.П. Гомозов

Т.Л. Корниль

Рецензент д-р техн. наук, проф. Л.М. Любчик

Кафедра компьютерной математики и анализа данных

Содержание

Контрольные вопросы к лабораторной работе № 6

Исходные данные для выполнения лабораторных работ

Список литературы

ВСТУПЛЕНИЕ

Данные методические указания предназначены для проведения лабораторных работ по спецкурсу «Временные ряды» для студентов специальности 113 «Прикладная математика».

Результаты курса используются в спецкурсах по теории случайных процессов, математической экономике, оптимальному управлению, статистическому прогнозированию, финансовой математике.

Лабораторный практикум охватывает основные модели, используемые в прикладных задачах анализа стационарных и нестационарных временных рядов. Работы должны выполняться с использованием ЭВМ в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica.

Для удобства использования данных методических указаний в начале каждой лабораторной работы помещены необходимые сведения теоретического характера. Это дает возможность студентам путем самостоятельной проработки достичь необходимых технических навыков для выполнения лабораторной работы.

В соответствии с кредитно-модульной системой обучения, методические указания разбиты на два кредитных модуля. Каждый модуль заканчивается модульным отчетом. В конце каждого задания, а также в конце модуля приведены контрольные вопросы по рассмотренной тематике.

Методические задания содержат по 10 вариантов исходных данных к каждой лабораторной работе.

Данные методические указания могут быть полезны как преподавателям для проведения лабораторных работ по курсу «Временные ряды», так и для студентов для подготовки к данным лабораторным работам.

Список сокращений и условных обозначений

MA – Moving Average processes (методы скользящего среднего).

КЛММР - классическая линейная модель множественной регрессии.

ОЛММР - обобщенная линейная модель множественной регрессии.

ACF - Autocorrelation Function (автокорреляционная функция).

PACF – Partial Autocorrelation Function (частная автокорреляционная функция).

AR(p) – Auto-Regressive process with ***p*** time lags (авторегрессионная модель порядка ***p***).

MA(q) – Moving Average process (модель скользящего среднего порядка ***q***).

ARMA(p,q) – Auto-Regressive Moving Average process (модель авторегрессии - скользящего среднего соответственно порядков ***p*** и ***q***).

ARIMA(p,d,q) - Auto-Regressive Integrated Moving Average process (авторегрессионная интегрированная модель со скользящей средней с тремя параметрами: ***p*** – порядок авторегрессии, ***d*** – требуемый порядок предварительно определяемых разностей, ***q*** – порядок скользящей средней в модели)

<u>**Лабораторная работа № 1**</u>

АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СГЛАЖИВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Рассматривается два одномерных дискретных временных ряда с данными, зафиксированными для равноотстоящих моментов времени. Надо выбрать вариант исходных данных, соответствующий номеру в списке группы. Количество наблюдений: N=25.

<u>**Цель работы**</u>: Приобретение навыков выявления аномальных значений и сглаживания временных рядов.

ЗАДАЧА №1. Проверка наличия аномальных значений и их исключение

Предварительная обработка временных рядов состоит в выявлении аномальных значений (уровней) ряда. Аномальные значения временного ряда не отвечают потенциалу исследуемой системы, и их использование для построения трендовой модели может сильно исказить получаемые результаты.

Причинами появления аномальных уровней могут быть технические ошибки при сборе, обработке и передаче информации. Кроме того, аномальные уровни могут возникать из-за воздействия факторов, имеющих объективный характер, но действующих эпизодически. Такие ошибки можно исключить из рассмотрения, *заменив аномальное значение на среднее арифметическое двух соседних значений.*

Для выявления аномальных значений ряда используется ***критерий Ирвина,*** согласно которому аномальной считается точка X_t, отстоящая от предыдущей точки X_{t-1} на величину больше среднеквадратичного отклонения: $\lambda_i = \frac{|X_t - X_{t-1}|}{\sigma}$,

где λ_i – критерий Ирвина; σ – среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2}{n-1}}.$$

Точка считается аномальной, если $\lambda_i > \lambda^*$. Табличные значения λ^* уменьшаются с ростом длины ряда, их значения приведены в табл. 1.

Таблица 1

n	10	20	30	50	100
λ^*	1,2	1,3	1,2	1,1	1,0

Задание:

- Выявить в заданных временных рядах аномальные значения по критерию Ирвина. Обнаруженные аномальные значения заменить путем интерполирования по соседним точкам.

- Построить графики исходного и очищенного рядов.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

ЗАДАЧА № 2. Моделирование неслучайной составляющей $f(t)$ (сглаживание ряда) методами скользящего среднего

Очень часто уровни ряда динамики колеблются, так что тенденция развития процесса скрыта случайными отклонениями. Сглаживание временного ряда позволяет отфильтровать мелкие случайные колебания и выявить основную тенденцию изменения исследуемой величины. При механическом сглаживании выравнивание отдельных уровней производится с использованием значений соседних уровней. Для сглаживания используются методы скользящего среднего (***MA***) с нечетной длиной окна сглаживания.

1. Простая (*среднеарифметическая*) *скользящая средняя*

$$\tilde{f}(t) = \frac{\sum_{k=-m}^{m} X_k}{2m+1},$$

где $2m+1$- длина окна сглаживания, $\tilde{f}(t)$ - сглаженное значение ряда. Сглаженное значение $\tilde{f}(t)$ является среднеарифметическим из $2m+1$ соседних точек.

Задание:

- Выполнить среднеарифметическое сглаживание заданного ряда по 5 точкам.

- Построить графики исходного и сглаженного рядов и поместить в отчет.

2. Взвешенная (средневзвешенная) скользящая средняя

В этом методе каждая из точек входит в общую сумму с весовым коэффициентом w_k:

$$\tilde{f}(t) = \sum_{k=-m}^{m} w_k X(y+k),$$

где $m = 2k+1$, w_k - весовые коэффициенты, $\sum_{k=-m}^{m} w_k = 1$.

Определение w_k основано на следующей процедуре. Берутся первые $2m+1$ значений временного ряда $X(1), X(2),\ldots X(2m+1)$, и с помощью МНК строится полином степени *p*, аппроксимирующий поведение этой начальной части траектории ряда. Этот полином используется для нахождения оценки $f(t)$ сглаженного значения $\tilde{f}(t)$ временного ряда в *средней* (т.е. в *(m+1)*-й) точке этого отрезка ряда (окна сглаживания). Таким образом, считаем, что $f(m+1) = X_1(m+1)$. Затем «скользим» на один такт вперед по оси времени и процедура повторяется для $X(2), X(3),\ldots, X(1+2m+1)$.

В результате будут найдены все оценки сглаженных значений $\tilde{f}(t)$ при всех *t*, кроме $t=1,2,\ldots,m$ и $t=n-1,n-2,\ldots,n-m$. Эти значения вычисляются при помощи аппроксимирующих функций, найденных в первом и последнем окнах сглаживания (на первом и последнем шаге).

В случае четной длины окна сглаживания значения сглаженного ряда получаются для моментов времени $t=k+m-\frac{1}{2},\ k=1,2,\ldots,n-2m+1$, не совпадающих с исходными. Поэтому принимается, что

$$f(k+m)=\frac{1}{2}\left[f\left(k+m-\frac{1}{2}\right)+f\left(k+m+\frac{1}{2}\right)\right].$$

Задание:

- Выполнить сглаживание заданного ряда по 4 точкам. *Порядок* полиномов, использованных в окнах сглаживания, - второй.

- Построить графики исходного и сглаженного рядов и поместить в отчет.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

3. Экспоненциальное сглаживание (метод Брауна)

В этом методе для сглаживания текущей точки используются все предшествующие точки, причем значения весовых коэффициентов убывают по экспоненте по мере удаления от текущей точки. Формулу экспоненциального сглаживания можно записать в виде выражения, в котором текущая точка зависит от всех предыдущих точек:

$$\tilde{f}(t)=\frac{\sum_{k=t}^{n}\rho_k X_k}{\sum_{k=1}^{n}\rho_k} .$$

Но в таком виде она неудобна для использования, поскольку для каждой точки необходим свой набор весовых коэффициентов ρ_k. Используя рекуррентные соотношения, получим выражение для текущей сглаженной точки как функцию от текущей несглаженной точки и предыдущей сглаженной:

$$\tilde{f}(t)=\alpha X(t)+(1+\alpha)\,\tilde{f}(t-1),\quad 0<\alpha<1,$$

где α – параметр сглаживания; (1−α) – коэффициент дисконтирования.

Фиктивное начальное значение сглаженного ряда принимают равным: $\tilde{f}(0)=X(1)$ - первой точке, или среднему арифметическому первых трех точек: $\tilde{f}(0)=\left(X(1)+X(2)+X(3)\right)/3$. При экспоненциальном сглаживании не теряются ни начальные, ни конечные точки.

Задание:

-Выполнить экспоненциальное сглаживание заданного ряда для разных значений α. Параметр α взять равным 0,25; 0,5 и 0,75.

- Построить графики исходного и сглаженных рядов поместить в отчет.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

ЗАДАЧА № 3. Сравнение различных методов сглаживания

Задание:

- Из исходных рядов исключить найденные различными методами неслучайные составляющие, получить ряды остатков:

$$\varepsilon(t) = X(t) - f(t).$$

- Построить графики рядов остатков и поместить в отчет.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

Контрольные вопросы к лабораторной работе № 1

1. Какие виды временных рядов вы знаете? Приведите примеры.

2. Поясните, в чем состоят характерные отличия временных рядов от пространственных выборок.

3. Почему приходится корректировать аномальные значения? В чем суть критерия Ирвина?

4. Что называют окном сглаживания?

5. Объясните назначение скользящих средних. Влияние каких компонент временного ряда устраняется с их помощью?

6. Взвешенная (средневзвешенная) скользящая средняя. Что это такое?

7. В чем состоит метод сглаживания Брауна?

Лабораторная работа № 2

АНАЛИЗ ВРЕМЕННОГО РЯДА И ВЫДЕЛЕНИЕ НЕСЛУЧАЙНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ

Рассматривается два одномерных дискретных временных ряда с данными, зафиксированными для равноотстоящих моментов времени. Надо выбрать вариант исходных данных, соответствующий номеру в списке группы. Количество наблюдений N=25.

Цели работы:

1. Аппроксимировать неслучайную (детерминированную) составляющую полиномом с использованием обобщенной линейной модели множественной регрессии.
2. Проверить различными методами наличие неслучайной составляющей у каждого из рядов остатков. Фактически проверяется статистическая гипотеза:

$$H_0 : M(\varepsilon) = const, \quad H_1 : M(\varepsilon) \neq const \,, \qquad (1)$$

где $M(\varepsilon)$- математическое ожидание значений остатков временного ряда.

ЗАДАЧА № 1. Моделирование неслучайной составляющей $f(t)$

Аналитически неслучайная составляющая моделируется при помощи полинома степени ***p.*** Выбор порядка этого полинома, как правило, диктуется содержательным смыслом задачи. Так, в задачах экономики используются полиномы не выше третьей степени. Существует метод, позволяющий определить достаточный порядок полинома ***p.***

Определение степени полинома и построение f(t) как модели множественной регрессии

Если ряд содержит неслучайную составляющую в виде полинома $f(t)=\sum_{k=0}^{p}\theta_k \cdot t^k$ (степени ***p***), то переход к последовательным разностям, повторенный ***p+1*** раз, исключает эту составляющую, оставляя элементы ряда, выраженные через случайную компоненту $\varepsilon(t)$.

Алгоритм этого процесса следующий.

1. Строится ряд конечных разностей $\Delta_i^{(1)} = x_{i+1} - x_i, \quad i=\overline{1, N-1}$.
2. Вычисляется оценка дисперсии $S_I^2 = \dfrac{\frac{1}{N}\sum\left(\Delta^{(1)}\right)^2}{C_2^1}$.
3. Строится ряд вторых конечных разностей $\Delta_i^{(2)} = \Delta^{(1)}{}_{i+1} - \Delta^{(1)}{}_i$, $i=\overline{1, N-2}$.
4. Вычисляется оценка дисперсии $S = \dfrac{\frac{1}{N}\sum\left(\Delta\right)}{C}$.
5. Сравниваются значения S_I^2 и S_{II}^2.
6. Далее строятся ряды конечных разностей третьего, четвертого и так далее порядков, последовательно сравниваются значения дисперсий (S_{II}^2 и S_{III}^2 и т.д.).

Общая формула для вычисления оценок дисперсии:

$$S_{P+1}^2 = \frac{\frac{1}{N}\sum\left(\Delta^{(P+1)}\right)^2}{C_{2(P+1)}^{P+1}}.$$

7. Если значения дисперсии «стабилизировались», то процесс закончен и степень полинома равна ***p.***
8. После определения степени полинома $f(t)$ строится методом наименьших квадратов.

<u>*Замечание:*</u> *имеется стандартная функция* $combin(M,N)=C_N^M$ *и оценку дисперсии можно вычислять как* $\sigma 1 := \dfrac{Var(\Delta 1)}{combin(2,1)}$

Задание:

1. Построить $f(t)$. Для этого оценить параметры модели при посредстве классической линейной модели множественной регрессии (КЛММР):

$$
\begin{aligned}
&f(t_i) = \theta_0 + \theta_1 \cdot t_i + \theta_2 \cdot t_i^2 + \theta_3 \cdot t_i^3 + \ldots + \theta_5 \cdot t_i^p + \varepsilon_i, \quad (i = 1, 2, \ldots N) \\
&M(\varepsilon_i) = 0; \\
&M(\varepsilon_i \varepsilon_j) = \begin{cases} \sigma^2, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \\
&rgX = p + 1 < N
\end{aligned}
$$

Здесь матрица X имеет вид: $X = \begin{pmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & t_1^3 \ldots \\ 1 & t_2 & t_2^2 & t_2^3 \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ 1 & t_N & t_N^2 & t_N^3 \ldots \end{pmatrix}$ (число столбцов равно степени полинома); $Y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix}$.

Оценка коэффициентов регрессии находится методом наименьших квадратов:

$$\hat{\theta} = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot Y.$$

Оценки, найденные по КЛММР, будут несостоятельны в случае *наличия автокорреляции остатков* $\hat{\varepsilon} = Y - X\hat{\theta}$.

2. При помощи критерия Дарбина-Уотсона проверить наличие автокорреляции остатков.

- Подсчитать вектор остатков модели:

$$\hat{\varepsilon} = Y - X\hat{\theta}$$

- Вычислить значение статистики Дарбина-Уотсона

$$d = \frac{\sum_{i=2}^{N} \left(\hat{\varepsilon}_i - \hat{\varepsilon}_{i-1}\right)^2}{\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2}.$$

- По таблицам *критерия Дарбина-Уотсона* определить верхний и нижний критические уровни d_1 и d_2 для уровня значимости $\alpha = 0{,}05$.

Проверить гипотезу Hₒ: автокорреляция отсутствует $(\rho = 0)$.

Проверка ведется в зависимости от величины критерия d .

- Если $d < 2$, то альтернативой служит гипотеза H_1: в наличии положительная автокорреляция.

$0 < d < d_1$ - H_o отвергается в пользу H_1 ;

$d_2 < d < 2$ - H_o не отвергается (отсутствует автокорреляция);

$d_1 < d < d_2$ - область неопределенности, ответа нет.

- Если $d > 2$ то альтернативой служит гипотеза H_2 : в наличии отрицательная автокорреляция.

$d > 4 - d_1$- H_o отвергается (отрицательная автокорреляция);

$2 < d < 4 - d_2$ - H_o не отвергается (отсутствует автокорреляция);

$4 - d_2 < d < 4 - d_1$ - область неопределенности, ответа нет.

3. В случае наличия автокорреляции или зоны неопределенности построить обобщенную линейную модель множественной регрессии (ОЛММР) ***методом Эйткина***. Для этого:

- Вычислить параметр ρ по приближенной формуле

$$\rho = \frac{N \cdot \sum_{j=2}^{N} \left(\varepsilon_j \cdot \varepsilon_{j-1} \right)}{[N-1] \cdot \sum_{j=1}^{N} \left(\rho_j \right)^2}$$

- Построить корреляционную матрицу остатков по формуле

$$\left(\Sigma_0\right)_{ij} = \left(\rho^{|i-j|}\right), \quad i = \overline{1,N}, \quad j = \overline{1,N}.$$

- Найти оценки коэффициентов

$$\widehat{\theta} = \left(X^T \cdot \Sigma_0^{-1} \cdot X\right) \cdot X^T \cdot \Sigma_0^{-1} \cdot Y.$$

4. Сравнить сумму квадратов регрессионных остатков при вычислениях по методу КЛММР и ОММЛР.

Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты. Расчеты поместить в отчет и сделать выводы.

Решение предыдущей задачи итерационным методом (Кочрена-Орката).

1. Решается задача КЛММР. Оценка коэффициентов регрессии находится методом наименьших квадратов:

$$\widehat{\theta} = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot Y.$$

2. Подсчитывается вектор остатков модели:

$$\widehat{\varepsilon} = Y - X\widehat{\theta}$$

3. Строится парная регрессия

$$\widehat{\varepsilon}_i^{(1)} = \rho \cdot \widehat{\varepsilon}_{i-1}^{(1)} + \delta_i^{(1)}, \qquad i = \overline{1,(N-1)},$$

где $\delta_i^{(1)}$ - остатки, удовлетворяющие условиям КЛММР.

4. Строится корреляционная матрица остатков по формуле:

$$\left(\Sigma_0\right)_{ij} = \left(\rho^{|i-j|}\right), \quad i = \overline{1,N}, \quad j = \overline{1,N}.$$

5. Находятся оценки коэффициентов:

$$\widehat{\theta} = \left(X^T \cdot \Sigma_0^{-1} \cdot X \right) \cdot X^T \cdot \Sigma_0^{-1} \cdot Y \,.$$

6. Возвращаемся к пункту 2, пока остатки не «стабилизируются».

7. Сравнить сумму квадратов регрессионных остатков при вычислениях по методу КЛММР и ОММЛР.

Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты. Расчеты поместить в отчет и сделать выводы.

ЗАДАЧА №2. Проверка наличия неслучайной (детерминированной) составляющей рядов остатков

Каждое значение временного (динамического) ряда $x(t_i) = x_i$ интерпретируется как наблюдение некоторой случайной величины. Будем считать, что значения временного ряда можно представить в виде суммы неслучайной $f(t)$ и случайной $\varepsilon(t)$ составляющих:

$$x_i = f(t_i) + \varepsilon(t_i) \,.$$

Тогда, элиминируя детерминированную составляющую $f(t)$, получим ряд остатков

$$x_i - f(t_i) = \varepsilon(t_i) \,.$$

В ряде остатков $\varepsilon(t_i)$ не должен присутствовать тренд. Его отсутствие определяет качество построенной модели детерминированной составляющей.

Для проверки гипотезы об отсутствии неслучайной составляющей в ряде остатков существуют различные методы. В работе необходимо произвести проверку несколькими методами.

1. Критерий серий, основанный на медиане.

а) Определяется выборочная медиана значений ряда (в Mathcad существует функция **median(X)**).

б) Из каждого значения x_i вычитается медиана и формируется «выборка» из знаков:

$$sign(\varepsilon_i - M_e),$$

где M_e - медиана.

в) В полученной выборке подсчитывается *количество серий* ν_N повторяющихся знаков и *длина* τ_N самой длинной серии.

Если анализируемая последовательность знаков состоит из статистически независимых наблюдений, случайно варьирующихся около некоторого постоянного уровня, т.е. справедлива гипотеза (1):

$$H_0 : M(\varepsilon) = const, \quad H_1 : M(\varepsilon) \neq const,$$

то чередование «+» и «-» должно быть более-менее случайным, а значит не должно быть слишком длинных серий и количество серий не должно быть малым. Поэтому:

г) Найденные значения ν_N и τ_N сравниваются с критическими значениями:

$\nu_{kr} = \left[\frac{1}{2}\left(N + 2 - 1{,}96\sqrt{N-1} \right) \right]$ и $\tau_{kr} = [1{,}43 \ln(N+1)]$ (для уровня значимости $\alpha = 0{,}05$).

Если $\nu_N > \nu_{kr}$ и $\tau_N < \tau_{kr}$, то *гипотеза (1) принимается*, а значит, неслучайная составляющая ряда отсутствует.

2. Критерий «восходящих» и «нисходящих» серий.

Этот критерий улавливает постоянное смещение среднего значения не только монотонного характера, но и более общего, например, периодического. Здесь также образуют серии знаков, но по другому правилу.

а) Последовательно рассматривая пары значений $(\varepsilon_i, \varepsilon_{i+1})$, в последовательности знаков ставят «+», если $\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i > 0$ и «-», если $\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i < 0$. Если значение ε_i повторяется несколько раз, то принимается во внимание только одно значение. Последовательность (серия) «+» свидетельствует о возрастании значений ряда (восходящая серия), а «-» об убывании (нисходящая серия).

б) В полученной выборке подсчитывается *количество серий* ν_N повторяющихся знаков и *длина* τ_N самой длинной серии.

в) гипотеза (1) *принимается,* если $\nu_N > \nu_{kr}$ и $\tau_N < \tau_{kr}$, при $\alpha = 0{,}05$.

$\nu = \left[\frac{1}{3}\left(2N - 1 - 1{,}96\sqrt{\frac{16N - 29}{90}} \right) \right]$, а τ_{kr} выбирается из таблицы:

N	$N \le 26$	$26 < N \le 153$	$153 < N \le 1170$
τ_{kr}	5	6	7

3. Критерий, основанный на сравнении средних значений.

а) Весь ряд (N значений) разбивается на две примерно равные части. Для каждой из них вычисляются:

- средние значения $\bar{\varepsilon}_1 = \frac{1}{N_1} \cdot \sum_{i=1}^{N_1} \varepsilon_i; \quad \bar{\varepsilon}_2 = \frac{1}{N_2} \cdot \sum_{i=N_1+1}^{N} \varepsilon_i$;

- выборочные дисперсии $S_1^2 = \frac{1}{N_1 - 1} \sum_{i=1}^{N_1} (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}_1)^2; \quad S_2^2 = \frac{1}{N_2 - 1} \sum_{i=N_1+1}^{N} (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}_2)^2;$

б) Рассчитывается наблюдаемое значение случайной величины, распределенной по Стьюденту:

$$t_n = \frac{|\bar{\varepsilon}_1 - \bar{\varepsilon}_2|}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}$$

в) По таблицам квантилей распределения Стьюдента находится $t_{kr}(\alpha, N-2)$.

г) Если $t_n < |t_{kr}|$, гипотеза (1) не отвергается, неслучайной составляющей нет.

Задание:

- Проверить наличие неслучайной составляющей в данных временных рядах рассмотренными выше методами.

- Решение поместить в отчет.

Контрольные вопросы к лабораторной работе № 2

1. Какие виды временных рядов вы знаете? Приведите примеры.

2. Поясните, в чем состоят характерные отличия временных рядов от пространственных выборок?

3. В чем суть критерия Дарбина-Уотсона проверки автокорреляции остатков?

4. В чем отличие ОЛММР от КЛММР?

5. Метод Эйткина.

6. Итерационный метод Кочрена-Орката.

Лабораторная работа № 3

ПОСТРОЕНИЕ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ВРЕМЕННОГО РЯДА

Рассматривается два одномерных дискретных временных ряда с данными, зафиксированными для равноотстоящих моментов времени. Надо выбрать вариант исходных данных, соответствующий номеру в списке группы. Количество наблюдений $N=20$. Кроме того, используются ряды, полученные после удаления неслучайной составляющей (ряды остатков) в лабораторной работе №2. Это ряды имеют вид $\varepsilon_i = x_i - f(t_i), \quad i = \overline{1,N}$.

Цели работы:

1. Построить автокорреляционные функции и частные автокорреляционные функции для данных временных рядов.

2. Выдвинуть предположение о стационарности или нестационарности рядов.

ЗАДАЧА №1. Построение автокорреляционных функций

Автокорреляционная функция (***ACF***) – зависимость коэффициента корреляции между двумя сечениями временного ряда как случайного процесса отстоящими друг от друга на величину промежутка времени τ. Она имеет следующий вид:

$$r(\tau)=\frac{M\left[\left(x(t)-a\right)\left(x(t+\tau)-a\right)\right]}{\left\{M\left[\left(x(t)-a\right)^2\right]\cdot M\left[\left(x(t+\tau)-a\right)^2\right]\right\}^{\frac{1}{2}}}=\frac{\gamma(\tau)}{\gamma(0)},$$

где $x(t)$- текущее значение временного ряда, a - математическое ожидание в сечении ряда.

Оценка ***ACF*** строится по следующей формуле:

$$\hat{r}(\tau)=\frac{\frac{1}{N-\tau}\cdot\sum_{t=1}^{N}\left(x(t)-\hat{a}\right)\left(x(t+\tau)-\hat{a}\right)}{\frac{1}{N}\cdot\sum_{t=1}^{N}\left(x(t)-\hat{a}\right)^2},$$

где $\hat{a}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i$.

График ***ACF*** называется коррелограммой.

Для стационарного ряда теоретически ***ACF*** убывает до нулевого значения.

Задание:

- Построить автокорреляционные функции для двух исходных рядов.

- Для <u>ряда №1</u> построить линейный тренд, элиминировать (исключить) его и построить ***ACF*** для ряда остатков.

- Предыдущий пункт повторить для квадратичного тренда и тренда третьего порядка.

- Результаты поместить в отчет в виде графиков, обдумать, сформулировать выводы, поместить в отчет.

ЗАДАЧА №2. Построение частных автокорреляционных функций

Уточнить порядок авторегрессионной составляющей позволяет частная автокорреляционная функция (***PACF***), которая вычисляется в соответствии с выражениями:

$$\varphi_{11} = \widehat{r}_{11}, \quad \varphi_{22} = \frac{r_2 - (\widehat{r})_1^2}{1 - (\widehat{r})_1^2}, \quad \ldots, \quad \varphi_{ll} = \frac{r_l - \sum_{j=1}^{l-1} \varphi_{l-1,j} \cdot (\widehat{r})_{l=j}}{1 - \sum_{j=1}^{l-1} \varphi_{l-1,j} \cdot (\widehat{r})_j}.$$

Частная автокорреляционная функция четче отражает порядок корреляции авторегрессионной (***AR)***-модели *благодаря отсутствию влияния промежуточных коэффициентов корреляции на выбранные значения переменной*, то есть, коэффициент φ_{11} характеризует степень взаимосвязи между стоящими рядом (по времени) значениями переменной, а φ_{22} характеризует взаимосвязь между значениями переменной, отстоящими на расстоянии двух периодов дискретизации и т.д.

Задание:

- Построить ***PACF*** для рядов остатков, использованных в предыдущей задаче №1 .

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

- Результаты поместить в отчет в виде графиков, обдумать, сформулировать выводы, поместить в отчет.

Контрольные вопросы к лабораторной работе № 3

1. Какие виды временных рядов вы знаете? Приведите примеры.

2. Поясните, в чем состоят отличия автокорреляционной функции от частной автокорреляционной функции?

3. Какой ряд называется стационарным?

<u>Лабораторная работа № 4</u>

ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛИ АР(p) ВРЕМЕННОГО РЯДА

Рассматривается одномерный дискретный временной ряд с данными, зафиксированными для равноотстоящих моментов времени. Надо выбрать вариант исходных данных, соответствующий номеру в списке группы. Количество наблюдений $N=25$.

<u>Цели работы</u>: Исследование стационарного временного ряда и идентификация его математической модели авторегрессии соответствующего порядка.

ЗАДАЧА №1. Проверка стационарности ряда

Проверка стационарности временного ряда производится при помощи исследования вида его автокорреляционной функции (ACF). Для стационарного ряда *теоретически* ***ACF*** убывает до нулевого значения.

Автокорреляционная функция (***ACF***) – зависимость коэффициента корреляции между двумя сечениями временного ряда как случайного процесса отстоящими друг от друга на величину промежутка времени τ. Она имеет следующий вид:

$$r(\tau)=\frac{M\left[\left(x(t)-a\right)\left(x(t+\tau)-a\right)\right]}{\left\{M\left[\left(x(t)-a\right)^2\right]\cdot M\left[\left(x(t+\tau)-a\right)^2\right]\right\}^{\frac{1}{2}}}=\frac{\gamma(\tau)}{\gamma(0)},$$

где $x(t)$- текущее значение временного ряда, a - математическое ожидание в сечении ряда.

Оценка ***ACF*** строится по следующей формуле:

$$\hat{r}(\tau)=\frac{\frac{1}{N-\tau}\cdot\sum_{t=1}^{N}\left(x(t)-\hat{a}\right)\left(x(t+\tau)-\hat{a}\right)}{\frac{1}{N}\cdot\sum_{t=1}^{N}\left(x(t)-\hat{a}\right)^2},$$

где $\hat{a}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i$.

Задание:

- Рассчитать автокорреляционную функцию для заданного ряда.

- Построить график первых 10-12 значений ***ACF*** и проанализировать ее поведение.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

- Результаты обдумать, сформулировать выводы и поместить в отчет.

ЗАДАЧА №2. Идентификация порядка модели *AR(p)* ряда

Теоретически модель авторегрессии порядка ***p*** имеет следующий вид:

$$\varepsilon(t)=\sum_{j=1}^{p}\alpha_j\cdot\varepsilon(t-j)+\delta(t). \qquad (2)$$

Идентификация модели ***AR(p)*** ряда включает в себя оценку коэффициентов ряда α_j, $j=\overline{1,p}$ и дисперсии белого шума σ_0^2.

Идентификация модели стационарного временного ряда производится на основе вида его частной автокорреляционной функции (ЧACF), которая вычисляется в соответствии с выражениями:

$$\varphi_{11} = \hat{r}_{11}, \quad \varphi_{22} = \frac{r_2 - (\hat{r})_1^2}{1 - (\hat{r})_1^2}, \quad \ldots, \quad \varphi_{ll} = \frac{r_l - \sum_{j=1}^{l-1} \varphi_{l-1,j} \cdot (\hat{r})_{l=j}}{1 - \sum_{j=1}^{l-1} \varphi_{l-1,j} \cdot (\hat{r})_j}$$

Частная автокорреляционная функция четче отражает порядок корреляции ***AR***-модели *благодаря отсутствию влияния промежуточных коэффициентов корреляции на выбранные значения переменной*, то есть, коэффициент φ_{11} характеризует степень взаимосвязи между стоящими рядом (по времени) значениями переменной, а φ_{22} характеризует взаимосвязь между значениями переменной, отстоящими на расстоянии двух периодов и т.д.

Если все значения частной автокорреляционной функции *одного знака,* и, начиная с порядка k, равны нулю (статистически незначимо отличаются от нуля), то порядок авторегрессии

$$p = k - 1.$$

Задание:

- Рассчитать частную автокорреляционную функцию для заданного ряда.

- Построить график первых 4-5 значений ***PACF*** и проанализировать ее поведение.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

Результаты обдумать, сформулировать выводы и поместить в отчет.

ЗАДАЧА №3. Идентификация модели *AR(p)* ряда

После определения порядка модели ***p*** коэффициенты модели $\hat{a}_j, \quad j=\overline{1,p}$ определяются из решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \hat{r}(1)=\alpha_1\hat{r}(1)+\alpha_2\hat{r}(2)+\ldots+\alpha_p\hat{r}(p-1) \\ \hat{r}(2)=\alpha_1\hat{r}(1)+\alpha_2\hat{r}(2)+\ldots+\alpha_p\hat{r}(p-2) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \hat{r}(p)=\alpha_1\hat{r}(p-1)+\alpha_2\hat{r}(p-2)+\ldots+\alpha_p \end{cases},$$

где $\hat{r}(j), \quad j=\overline{1,p}$ - оцененные значения ACF.

Дисперсия белого шума σ_0^2 идентифицируется по соотношению:

$$\sigma_0^2=\hat{r}(0)\left(1-\alpha_1\hat{r}(1)-\alpha_2\hat{r}(2)-\ldots-\alpha_p\hat{r}(p)\right).$$

Задание:

- Рассчитать коэффициенты модели $\alpha_j, j=\overline{1,p}$ для заданного ряда.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

- Построить график ***AP(p)*** по идентифицированным коэффициентам в соответствии с формулой (2). Результаты поместить в отчет.

Контрольные вопросы к лабораторной работе № 4

1. Какой вид имеет модель ***AP(p)***?

2. На основе чего идентифицируется модель ***AP(p)***?

3. Как ведет себя частная автокорреляционная функция для моделей ***AP(1), AP(2)***?

3. Поясните, в чем состоят отличия автокорреляционной функции от частной автокорреляционной функции?

3. Какой вид имеют уравнения Юла – Уоккера?

4. Что из себя представляет σ_0^2 ? Как эта величина идентифицируется?

<u>Лабораторная работа № 5</u>

ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛИ СС(q) ВРЕМЕННОГО РЯДА

Рассматривается одномерный дискретный временной ряд с данными, зафиксированными для равноотстоящих моментов времени. Надо выбрать вариант исходных данных, соответствующий номеру в списке группы. Количество наблюдений $N=25$.

<u>Цели работы</u>: Исследование стационарного временного ряда и идентификация его математической модели как модели скользящего среднего.

ЗАДАЧА №1. Проверка стационарности ряда

Проверка стационарности временного ряда производится при помощи исследования вида его автокорреляционной функции (***ACF***). Для стационарного ряда *теоретически* ***ACF*** убывает до нулевого значения.

Автокорреляционная функция (***ACF***) – зависимость коэффициента корреляции между двумя сечениями временного ряда как случайного процесса, отстоящими друг от друга на величину промежутка времени τ. Она имеет следующий вид:

$$r(\tau)=\frac{M\left[\left(x(t)-a\right)\left(x(t+\tau)-a\right)\right]}{\left\{M\left[\left(x(t)-a\right)^2\right]\cdot M\left[\left(x(t+\tau)-a\right)^2\right]\right\}^{\frac{1}{2}}}=\frac{\gamma(\tau)}{\gamma(0)},$$

где $x(t)$- текущее значение временного ряда, a - математическое ожидание в сечении ряда.

Оценка ***ACF*** строится по следующей формуле:

$$\hat{r}(\tau)=\frac{\frac{1}{N-\tau}\cdot\sum_{t=1}^{N}\left(x(t)-\hat{a}\right)\left(x(t+\tau)-\hat{a}\right)}{\frac{1}{N}\cdot\sum_{t=1}^{N}\left(x(t)-\hat{a}\right)^2},$$

где $\hat{a}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i$.

Задание:

- Рассчитать автокорреляционную функцию для заданного ряда.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

- Построить график первых 10-12 значений ***ACF*** и проанализировать ее поведение.

Результаты обдумать, сформулировать выводы и поместить в отчет.

ЗАДАЧА №2. Идентификация порядка модели *MA(q)* ряда

Теоретически модель скользящего среднего ***q*** имеет следующий вид:

$$\varepsilon(t)=\delta(t)-\sum_{j=1}^{q}\theta_j\cdot\delta(t-j) \tag{3}$$

Идентификация модели ***MA(q)*** ряда включает в себя оценку коэффициентов ряда $\theta_j,\quad j=\overline{1,p}$ и дисперсии белого шума σ_0^2 .

Идентификация модели стационарного временного ряда производится на основе вида его частной автокорреляционной функции (***PACF***), которая вычисляется в соответствии с выражениями:

$$\varphi_{11} = \widehat{r}_{11}, \quad \varphi_{22} = \frac{\widehat{r}_2 - \widehat{r}_1^{\,2}}{1 - \widehat{r}_1^{\,2}}, \quad ,\ldots, \quad \varphi_{ll} = \frac{\widehat{r}_l - \sum_{j=1}^{l-1} \varphi_{l-1,j} \cdot \widehat{r}_{l=j}}{1 - \sum_{j=1}^{l-1} \varphi_{l-1,j} \cdot \widehat{r}_j}.$$

Частная автокорреляционная функция четче отражает порядок корреляции ***MA***-модели *благодаря отсутствию влияния промежуточных коэффициентов корреляции на выбранные значения переменной*, то есть, коэффициент φ_{11} характеризует степень взаимосвязи между стоящими рядом (по времени) значениями переменной, а φ_{22} характеризует взаимосвязь между значениями переменной, отстоящими на расстоянии двух периодов и т.д.

Если все значения частной автокорреляционной функции *последовательно меняют знак и, начиная с порядка k, равны нулю* (статистически незначимо отличаются от нуля), то ряд описывается моделью скользящего среднего порядка ***q*** — ***MA(q)***, где

$$q = k - 1.$$

Задание:

- Рассчитать частную автокорреляционную функцию для заданного ряда.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

- Построить график первых 4-5 значений ***PACF*** и проанализировать ее поведение.

Результаты обдумать, сформулировать выводы и поместить в отчет.

ЗАДАЧА №3. Идентификация модели *MA(q)* ряда.

1. **Идентификация модели *MA (1)***

Модель имеет следующий вид:

$$\varepsilon(t) = \delta(t) - \theta \cdot \delta(t-1).$$

PACF ведет себя как в модели ***AR(2)***.

Заменяем автокорреляционную функцию оценкой.

$$\hat{r}(1) = \frac{-\theta}{1+\theta^2}, \quad \Rightarrow \quad \hat{\theta}^2 + \frac{\varphi}{\hat{r}} + 1 = 0.$$

Уравнение решается относительно $\hat{\theta}$. Из двух корней выбирается тот, для которого $|\hat{\theta}| < 1$. Это условие требуется для обратимости модели.

2. **Идентификация модели *MA(2)***

Модель имеет следующий вид:

$$\varepsilon(t) = \delta(t) - \theta_1 \cdot \delta(t-1) - \theta_2 \cdot \delta(t-2).$$

Для сходимости модели должны выполняться условия: $|\theta_1| < 2, \quad \theta_2 < 1 - |\theta_1|$.

Параметры θ_1, θ_2 модели определяются из уравнений (значения автокорреляционной функции заменяются ее оценками):

$$\begin{cases} \hat{r}(1) = \dfrac{-\hat{\theta}_1 \cdot \left(1 - \hat{\theta}_2\right)}{1 + \hat{\theta}_1^2 + \hat{\theta}_2^2} \\ \hat{r}(2) = \dfrac{-\hat{\theta}_2}{1 + \hat{\theta}_1^2 + \hat{\theta}_2^2} \end{cases}.$$

Задание:

- Рассчитать коэффициенты модели θ_1, θ_2 для заданного ряда.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

- Построить график ***MA(q)*** по идентифицированным коэффициентам в соответствии с формулой (3). Результаты поместить в отчет.

Контрольные вопросы к лабораторной работе № 5

1. Какой вид имеет модель ***MA(q)***?

2. На основе чего идентифицируется модель ***MA(1), MA(2)***?

3. Как взаимосвязаны процессы авторегрессии и скользящего среднего?

4. Как должны быть связаны коэффициенты θ_1, θ_2 в модели ***MA(2)*** для обратимости ряда?

5. Как ведет себя частная автокорреляционная функция для моделей ***MA(1), MA(2)****?*

6. Поясните, в чем состоят отличия автокорреляционной функции от частной автокорреляционной функции.

7. Какой вид имеют уравнения Юла – Уоккера?

8. Что из себя представляет σ_0^2 ? Как эта величина идентифицируется?

Лабораторная работа № 6

ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ARMA(p,q) ВРЕМЕННОГО РЯДА

Рассматривается одномерный дискретный временной ряд с данными, зафиксированными для равноотстоящих моментов времени. Надо выбрать вариант исходных данных, соответствующий номеру в списке группы. Количество наблюдений $N=25$.

<u>Цели работы</u>: Исследование стационарного временного ряда и идентификация его математической модели как модели авторегрессии - скользящего среднего в остатках.

ЗАДАЧА №1. Проверка стационарности ряда.

Проверка стационарности временного ряда производится при помощи исследования вида его автокорреляционной функции (***ACF***). Для стационарного ряда *теоретически* ***ACF*** убывает до нулевого значения.

Автокорреляционная функция (***ACF***) – зависимость коэффициента корреляции между двумя сечениями временного ряда как случайного процесса, отстоящими друг от друга на величину промежутка времени τ. Она имеет следующий вид:

$$r(\tau)=\frac{M\left[\left(x(t)-a\right)\left(x(t+\tau)-a\right)\right]}{\left\{M\left[\left(x(t)-a\right)^2\right]\cdot M\left[\left(x(t+\tau)-a\right)^2\right]\right\}^{\frac{1}{2}}}=\frac{\gamma(\tau)}{\gamma(0)},$$

где $x(t)$- текущее значение временного ряда, a - математическое ожидание в сечении ряда.

Задание:

- Рассчитать автокорреляционную функцию для заданного ряда.

- Построить график первых 10-12 значений ***ACF*** и проанализировать ее поведение.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

Результаты обдумать, сформулировать выводы и поместить в отчет.

ЗАДАЧА №2. Идентификация порядка модели *ARMA(p,q)* ряда.

Теоретически модель авторегрессии - скользящего среднего в остатках ***ARMA(p,q)*** имеет следующий вид:

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon(t-i) - \sum_{j=1}^{q} \theta_j \cdot \delta(t-j)$$

Идентификация модели ряда включает в себя оценку коэффициентов ряда $\alpha_i, \quad i = \overline{1, p}, \quad \theta_j, \quad j = \overline{1, q}$ и дисперсии белого шума σ_0^2.

Идентификация модели стационарного временного ряда производитсяна основе вида ***PACF***.

Частная автокорреляционная функция четче отражает порядок корреляции ***MA***-модели *благодаря отсутствию влияния промежуточных коэффициентов корреляции на выбранные значения переменной*, то есть, коэффициент φ_{11} характеризует степень взаимосвязи между стоящими рядом (по времени) значениями переменной, а φ_{22} характеризует взаимосвязь между значениями переменной, отстоящими на расстоянии двух периодов и т.д.

Задание:

- Рассчитать частную автокорреляционную функцию для заданного ряда.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

- Построить график первых 4-5 значений ***ACF*** и проанализировать ее поведение.

Результаты, обдумать, сформулировать выводы и поместить в отчет.

ЗАДАЧА №3. Идентификация модели *ARMA(1,1)* ряда.

Модель имеет следующий вид:

$$\varepsilon(t)=\alpha\cdot\varepsilon(t-1)+\delta(t)-\theta\cdot\delta(t-1).$$

PACF ведет себя как в модели ***MA(2).***

Заменяем автокорреляционную функцию оценкой.

На первом этапе определяем α:

$$\alpha=\frac{\hat{r}(2)}{\hat{r}(1)}.$$

На втором этапе используем найденную оценку α и систему уравнений:

$$\begin{cases}\hat{\gamma}(0)\left(1+\alpha^{2}\right)-2\alpha\hat{\gamma}(1)=\sigma_0^2\left(1+\hat{\theta}\right)\\ \hat{\gamma}(1)\left(1+\alpha^{2}\right)-\alpha\left(\hat{\gamma}(0)+\hat{\gamma}(2)\right)=-\theta\sigma_0^2\end{cases}.$$

Поделив первое уравнение на второе, получим

$$\frac{\hat{\gamma}(0)\left(1+\alpha^{2}\right)-2\alpha\hat{\gamma}(1)}{\hat{\gamma}(1)\left(1+\alpha^{2}\right)-\alpha\left(\hat{\gamma}(0)+\hat{\gamma}(2)\right)}=-\frac{1+\hat{\theta}^{2}}{\hat{\theta}}.$$

Уравнение решается относительно $\hat{\theta}$. Из двух корней выбирается тот, для которого $\left|\hat{\theta}\right|<1$. После этого из одного из уравнений системы определяется σ_0^2.

Контрольные вопросы

1. Какой вид имеет модель ***ARMA(p,q)***?

2. На основе чего идентифицируется модель ***ARMA(p,q)***?

3. Как взаимосвязаны процессы авторегрессии и скользящего среднего?

4. Как должны быть связаны коэффициенты в модели ***ARMA(1,1)***?

5. Как ведет себя частная автокорреляционная функция для моделей ***ARMA(1,1)***?

6. Поясните, в чем состоят отличия автокорреляционной функции от частной автокорреляционной функции?

7. Что из себя представляет σ_0^2 ? Как эта величина идентифицируется?

Лабораторная работа № 7

ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ARIMA(p,d,q) ВРЕМЕННОГО РЯДА

Рассматривается одномерный дискретный временной ряд с данными, зафиксированными для равноотстоящих моментов времени. Надо выбрать вариант исходных данных, соответствующий номеру в списке группы. Количество наблюдений $N=25$.

Цели работы: Исследование нестационарного временного ряда и идентификация его математической модели как модели интегрированной авторегрессии - скользящего среднего в остатках.

ЗАДАЧА №1. Определение порядка разности d.

Проверка стационарности временного ряда производится при помощи исследования вида его автокорреляционной функции (***ACF***). Для стационарного ряда *теоретически* ***ACF*** убывает до нулевого значения.

Если рассматриваемый ряд не является стационарным, то применяется оператор взятия конечной разности (оператор интегрирования) по формуле $\Delta X(t) = X(t) - X(t-1)$ и повторяется тестирование. Указанная процедура повторяется, пока ряд разностей не станет стационарным. На практике взятие конечных разностей повторяется не более двух раз. Порядок оператора взятия конечной разности обозначается буквой d. Оператор порядка d определяется итерационной формулой $\Delta^{d} X(t) = \Delta^{d-1} X(t) - \Delta^{d-1} X(t-1)$. После того, как получен стационарный временной ряд, формулируются предположения о порядках авторегрессии и скользящего среднего.

Задание:

- Рассчитать автокорреляционную функцию для заданного ряда.

- Построить график первых 10-12 значений ***ACF*** и проанализировать ее поведение.

- Применив процедуру взятия конечных разностей, определить величину d.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

Результаты обдумать, сформулировать выводы и поместить в отчет.

ЗАДАЧА №2. Идентификация порядка модели *ARIMA(p,d,q)* ряда.

Модель интегрированной авторегрессии - скользящего среднего в остатках ***ARIMA(p,d,q)*** практически всегда можно представить в виде модели ***ARMA(p+d,q).***

Задание:

- Рассчитать частную автокорреляционную функцию для заданного ряда.

- Выполнить расчеты в средах MATHLAB, MATHCAD, EXCEL, Statistica и сравнить полученные результаты.

- Построить график первых 4-5 значений ***ACF*** и проанализировать ее поведение.

Результаты, обдумать, сформулировать выводы и поместить в отчет.

ЗАДАЧА №3. Идентификация модели *ARIMA(1,1,1)* ряда.

Модель имеет следующий вид:

$$\Delta X(t) - \phi_1 \Delta X(t-1) = \alpha_t - \theta_1 \alpha_{t-1}.$$

PACF ведет себя как в модели ***MA(1).***

Заменяем автокорреляционную функцию оценкой.

На первом этапе определяем α:

$$\alpha = \frac{\hat{r}(2)}{\hat{r}(1)}.$$

На втором этапе используем найденную оценку α и систему уравнений:

$$\begin{cases} \hat{\gamma}(0)\left(1+\alpha^2\right) - 2\alpha\hat{\gamma}(1) = \sigma_0^2\left(1+\hat{\theta}\right) \\ \hat{\gamma}(1)\left(1+\alpha^2\right) - \alpha\left(\hat{\gamma}(0)+\hat{\gamma}(2)\right) = -\theta\sigma_0^2 \end{cases}.$$

Поделив первое уравнение на второе, получим

$$\frac{\hat{\gamma}(0)\left(1+\alpha^2\right) - 2\alpha\hat{\gamma}(1)}{\hat{\gamma}(1)\left(1+\alpha^2\right) - \alpha\left(\hat{\gamma}(0)+\hat{\gamma}(2)\right)} = -\frac{1+\hat{\theta}^2}{\hat{\theta}}.$$

Уравнение решается относительно $\hat{\theta}$. Из двух корней выбирается тот, для которого $\left|\hat{\theta}\right| < 1$. После этого из одного из уравнений системы определяется σ_0^2.

Контрольные вопросы

1. Какой вид имеет модель ***ARIMA(p,d,q)***?

2. На основе чего идентифицируется модель ***ARIMA(p,d,q)***?

3. Как взаимосвязаны процессы авторегрессии и скользящего среднего?

4. Как должны быть связаны коэффициенты в модели ***ARMA(1,1,1)***?

5. Как ведет себя частная автокорреляционная функция для моделей ***ARMA(1,1,1)****?*

6. Поясните, в чем состоят отличия автокорреляционной функции от частной автокорреляционной функции?

7. Что из себя представляет σ_0^2? Как эта величина идентифицируется?

Контрольные вопросы по теме «Временные ряды»

1. Какие виды временных рядов вы знаете? Приведите примеры.
2. Поясните, в чем состоят характерные отличия временных рядов от пространственных выборок.
3. Почему приходится корректировать аномальные значения? В чем суть критерия Ирвина?
4. Что называют окном сглаживания?
5. Объясните назначение скользящих средних. Влияние каких компонент временного ряда устраняется с их помощью?
6. Взвешенная (средневзвешенная) скользящая средняя. Что это такое?
7. В чем состоит метод сглаживания Брауна?
8. В чем суть критерия Дарбина-Уотсона проверки автокорреляции остатков?
9. В чем отличие ОЛММР от КЛММР?
10. Метод Эйткина.
11. Итерационный метод Кочрена-Орката.
12. Поясните, в чем состоят отличия автокорреляционной функции от частной автокорреляционной функции?
13. Какой ряд называется стационарным?
14. Какой вид имеет модель ***AR(p)***?
15. На основе чего идентифицируется модель ***AR(p)***?
16. Как ведет себя частная автокорреляционная функция для моделей ***AR(1)***, ***AR(2)***?
17. Какой вид имеют уравнения Юла – Уоккера?
18. Что из себя представляет σ_0^2 ? Как эта величина идентифицируется?
19. Какой вид имеет модель ***MA(q)***?
20. На основе чего идентифицируется модель ***MA(1), MA(2)***?
21. Как взаимосвязаны процессы авторегрессии и скользящего среднего?

22. Как должны быть связаны коэффициенты θ_1, θ_2 в модели ***MA(2)*** для обратимости ряда?
23. Как ведет себя частная автокорреляционная функция для моделей ***MA(1), MA(2)****?*
24. Какой вид имеет модель ***ARMA(p,q)***?
25. На основе чего идентифицируется модель ***ARMA(p,q)***?
26. Как должны быть связаны коэффициенты в модели ***ARMA(1,1)***?
27. Как ведет себя частная автокорреляционная функция для моделей ***ARMA (1,1)****?*

Исходные данные для выполнения лабораторных работ

Исходные данные к лабораторным работам №1 и №2

Ряд 1. № варианта							
1	2	3	4	5	6	7	8
1	-2.983	1	-1.547	1	-1.468	1	-6.94
0.197	-0.09	5.378	1.038	5.189	1.212	-1.529	-6.781
-1.039	0.804	-1.27	-1.098	-1.868	-1.154	-4.773	-5.111
0.899	2.627	3.964	3.731	3.907	3.82	-4.042	-6.754
-0.392	3.028	2.465	1.138	2.047	0.787	-5.68	-2.176
2.372	2.68	-1.18	-1.054	-1.556	-1.278	-0.785	-4.615
-1.412	0.236	-0.949	-0.64	-0.948	-0.605	-0.174	-7.889
1.529	0.32	-1.397	-3.372	-1.306	-3.302	0.377	-4.174
4.296	1.002	-1.529	-3.752	-1.366	-3.398	-0.624	-6.378
1.74	0.637	-3.75	-4.625	-3.553	-4.147	6.428	-3.603
-0.227	2.044	2.19	1.224	2.62	1.826	8.077	-2.435
0.707	2.66	-1.985	3.38	-2.079	3.434	3.981	2.373
0.733	-0.157	3.092	0.951	3.258	0.625	8.063	6.173
0.331	-0.136	1.401	-0.024	1.138	-0.221	8.577	-1.346
-4.156	0.739	-2.288	-2.456	-2.512	-2.516	10.379	-3.945
-1.421	-0.519	-2.454	-0.962	-2.296	-0.739	9.924	-2.818
-1.05	-0.94	-2.339	-0.596	-2.05	-0.437	7.966	-2.177
0.528	-1.863	-2.482	0.492	-2.166	0.595	2.488	0.609
-2.753	-3.667	-0.331	4.035	0.008	4.012	5.483	10.982
-2.551	-2.22	-0.984	1.367	-0.853	0.952	2.632	-0.612

-1.495	-1.154	-3.263	5.2	-3.13	4.935	3.447	2.169
-1.259	-1.122	-2.605	4.358	-2.243	3.754	0.831	-3.307
0.977	-0.038	-2.026	-2.042	-1.661	-2.664	1.939	-3.012
-1.55	0.758	1.102	4.069	1.41	4.083	-7.511	2.417
-0.749	2.21	-0.894	1.738	-0.916	1.331	-4.669	-2.205
Ряд 1. № варианта							
9	10	11	12	13	14	15	16
1	-4.492	1	-7.448	1	-1.732	1	-1.732
-1.789	-3.503	-1.519	-7.833	2.935	2.556	2.935	2.556
-4.201	-1.73	-4.92	-6.527	5.361	-0.776	5.361	-0.776
-2.005	-4.022	-4.624	-8.259	0.071	-1.136	0.071	-1.136
-3.644	1.085	-6.494	-3.906	1.165	-3.856	1.165	-3.856
1.907	-3.08	-1.924	-6.046	-0.228	3.185	-0.228	3.185
0.69	-5.723	-1.052	-9.354	1.863	-2.026	1.863	-2.026
0.632	-0.573	-0.257	-5.99	-0.054	-5.483	-0.054	-5.483
-0.711	-3.976	-1.031	-8.069	-0.941	-0.702	-0.941	-0.702
6.673	-0.559	6.079	-5.426	-2.911	-2.51	-2.911	-2.51
5.567	-0.372	8.473	-4.073	0.907	-1.309	0.907	-1.309
0.261	0.772	5.065	0.982	4.306	1.217	4.306	1.217
5.739	5.516	9.218	5.435	1.57	1.648	1.57	1.648
4.899	-3.934	10.19	-1.248	-5.359	5.337	-5.359	5.337
6.225	-3.912	12.363	-4.013	-1.685	-3.316	-1.685	-3.316
4.954	-1.221	12.35	-3.262	0.116	-5.508	0.116	-5.508
3.015	-0.718	10.655	-2.771	0.439	1.033	0.439	1.033

-1.677	1.784	5.165	-0.026	0.253	4.727	0.253	4.727
3.667	10.986	7.604	10.596	-4.605	6.37	-4.605	6.37
0.088	-4.992	4.663	0.214	-0.162	-0.308	-0.162	-0.308
1.898	1.55	5.13	2.685	-3.172	1.712	-3.172	1.712
-0.845	-4.286	2.352	-2.731	2.087	-3.241	2.087	-3.241
1.283	-1.872	3.085	-2.941	0.887	1.581	0.887	1.581
-8.405	3.862	-6.517	2.163	0.818	-3.701	0.818	-3.701
-1.83	-2.871	-4.725	-2.143	5.278	-3.337	5.278	-3.337

Ряд 2. № варианта							
1	2	3	4	5	6	7	8
2	-0.864	2	-0.827	2	-0.798	2	-0.785
1.7	-0.58	1.7	-0.586	1.7	-0.59	1.7	-0.584
2.023	-0.757	2.028	-0.782	2.034	-0.801	2.04	-0.818
1.543	0.114	1.508	0.112	1.468	0.118	1.422	0.131
1.111	-0.473	1.138	-0.574	1.172	-0.674	1.213	-0.775
1.15	0.41	1.191	0.413	1.22	0.439	1.235	0.49
0.066	-0.046	0.086	-0.168	0.101	-0.301	0.116	-0.452
0.672	-0.387	0.798	-0.406	0.921	-0.396	1.04	-0.346
0.425	-0.465	0.429	-0.483	0.408	-0.513	0.364	-0.569
-0.03	-0.061	0.029	-0.073	0.102	-0.078	0.195	-0.063
-0.173	-0.133	-0.103	-0.19	-0.046	-0.25	-0.014	-0.322
-0.697	0.118	-0.634	0.088	-0.574	0.069	-0.508	0.067
-0.699	0.43	-0.599	0.368	-0.505	0.304	-0.421	0.231

0.071	0.558	0.135	0.482	0.189	0.416	0.235	0.365
-0.16	0.663	-0.181	0.589	-0.2	0.52	-0.218	0.453
0.41	1.071	0.437	0.995	0.478	0.926	0.53	0.865
0.695	0.361	0.64	0.255	0.582	0.155	0.516	0.057
0.238	0.462	0.185	0.452	0.153	0.454	0.144	0.466
-0.429	-0.025	0.431	-0.076	-0.426	-0.141	-0.423	-0.22
-0.772	-0.31	-0.727	-0.295	-0.681	-0.272	-0.631	-0.235
-0.308	-0.518	-0.257	-0.503	-0.212	-0.503	-0.175	-0.523
-0.89	-0.664	-0.903	-0.636	-0.918	-0.611	-0.934	-0.58
-0.74	-1.787	-0.677	-1.759	-0.606	-1.74	-0.526	-1.735
-1.042	-1.071	-1.034	-0.942	-1.039	-0.817	-1.059	-0.691
-1.205	-1.15	-1.157	-1.153	-1.1	-1.182	-1.028	-1.239
Ряд 2. № варианта							
9	10	11	12	13	14	15	16
2	-0.795	2	-0.907	2	0.21	2	-0.205
1.7	-0.56	1.7	-0.575	1.7	-1.189	1.7	-1.098
2.047	-0.844	2.019	-0.724	0.74	-0.714	0.684	-1.389
1.371	0.16	1.573	0.125	0.918	-1.101	0.487	-1.358
1.264	-0.884	1.089	-0.37	0.25	-0.48	0.025	-0.877
1.231	0.571	1.099	0.43	-0.167	-1.129	-0.693	-1.084
0.139	-0.633	0.037	0.072	0.352	-0.876	-0.276	-1.175
1.15	-0.244	0.544	-0.343	0.008	-0.232	-0.187	-0.31
0.303	-0.672	0.399	-0.452	-0.474	-0.811	-0.798	-0.498
0.311	-0.005	-0.081	-0.05	0.066	-0.394	-0.437	-0.44
-0.015	-0.427	-0.252	-0.079	-0.581	-0.352	-0.664	-0.138

-0.422	0.103	-0.766	0.155	0.173	-0.934	-0.228	-0.718
-0.359	0.131	-0.803	0.492	-0.585	-0.34	-0.47	-0.466
0.286	0.345	-0.003	0.642	0.828	0.306	0.525	0.554
-0.241	0.371	-0.141	0.746	0.489	0.626	1.046	1.202
0.596	0.823	0.398	1.153	0.304	0.095	0.584	0.753
0.436	-0.046	0.751	0.473	-0.01	0.33	0.134	0.585
0.165	0.497	0.309	0.483	0.551	0.093	0.515	0.449
-0.435	-0.322	-0.413	0.016	0.044	0.885	0.345	1.061
-0.569	-0.173	-0.815	-0.323	0.314	-0.423	0.298	0.175
-0.153	-0.574	-0.366	-0.547	0.395	0.605	0.552	0.386
-0.942	-0.529	-0.884	-0.701	0.842	-0.94	1.034	-0.528
-0.443	-1.754	-0.794	-1.825	0.56	-0.632	0.982	-1.131
-1.093	-0.554	-1.059	-1.209	0.475	-0.26	0.679	-0.468
-0.936	-1.332	-1.247	-1.173	-0.519	-0.577	-0.381	-0.517

Исходные данные к лабораторной работе №3

№ варианта							
1	2	3	4	5	6	7	8
0.928	-1.241	-0.312	-0.816	0.491	1.196	0.205	-2.107
1.546	1.102	-0.308	4.500	2.055	1.083	-0.194	-2.289
-0.337	1.262	-0.323	2.522	1.236	-1.75	-0.634	-3.126
0.385	-2.634	-0.547	0.383	0.044	-2.842	-0.715	-4.292
1.712	0.085	0.741	0.373	1.158	-1.043	-0.052	-0.797
0.618	1.740	-0.466	-2.397	-3.522	1.078	0.607	0.8504

-0.055	-1.314	0.205	0.874	-0.900	1.298	-0.087	-0.170
2.251	0.877	0.333	0.531	-0.931	-1.969	-0.684	0.680
2.342	0.078	0.197	-0.326	-3.137	1.915	-0.971	0.411
-1.547	1.497	1.530	3.413	2.361	0.040	0.789	2.776
1.722	1.685	1.832	-4.076	-2.651	0.206	0.894	-5.149
.0736	-2.884	0.173	1.334	-4.993	-0.869	2.417	6.571
-1.084	2.099	-0.122	-3.346	0.379	-0.277	-0.866	2.786
0.663	2.001	1.113	-3.268	0.354	-0.949	-0.562	-0.980
0.600	2.002	-0.973	-2.662	-3.879	0.093	-1.765	-2.121
0.430	0.738	-0.419	-2.706	4.256	0.536	-0.736	1.014
-0.329	0.156	-2.653	0.921	3.763	-2.847	0.849	-4.680
0.818	1.017	-1.413	0.806	0.957	0.974	0.133	1.804
1.077	-3.141	0.013	3.375	-2.847	-2.183	-1.185	1.126
0.535	2.884	-1.803	2.018	2.405	2.7839	-2.427	-3.207
№ варианта							
9	10	11	12	13	14	15	16
-0.568	2.564	6.922	5.363	2.515	2.798	-0.484	2.099
-3.879	-3.884	-3.001	2.138	1.638	1.935	3.836	3.703
-1.676	-1.152	-2.363	-5.029	-5.632	-5.908	-3.259	1.863
-4.480	-2.965	-2.360	0.707	1.233	1.005	-0.103	4.013
-3.312	-2.442	-1.965	-0.465	0.889	0.978	-2.433	4.624
-0.555	7.447	-1.180	3.172	3.434	3.682	-5.459	-2.840
0.701	1.966	5.444	4.436	4.727	4.181	2.965	6.835
-5.516	0.170	-3.000	-2.160	-0.430	-0.196	0.923	-6.985
0.322	1.409	-1.019	-1.258	-0.436	0.252	-4.456	4.229

-0.414	-4.758	-1.466	3.692	4.892	4.871	-4.295	0.346
0.338	-1.911	-0.655	-1.245	-0.319	-0.001	-2.116	1.131
2.457	-6.607	3.133	0.524	0.509	0.098	10.427	-3.135
2.849	-1.429	0.979	4.093	4.636	5.092	1.296	0.866
-2.749	4.006	-2.618	-2.342	-3.336	-3.966	-1.899	-2.007
3.190	-4.739	-1.062	0.194	0.0286	1.133	0.514	-5.591
3.236	-3.715	3.212	3.246	3.638	3.946	0.494	-1.899
-3.084	1.123	-0.254	0.797	1.040	1.182	3.967	3.791
-3.525	5.067	3.570	2.146	1.832	2.211	-3.842	0.184
5.861	-5.540	5.016	3.054	2.205	2.168	-2.052	-0.542
3.945	-3.128	1.761	6.110	3.568	3.546	-3.233	3.579

Исходные данные к лабораторной работе №4

№ варианта				
1	2	3	4	5
1	0	2	0.5	1
0.156	-0.094	0.806	0.181	0.556
-0.11	-0.182	0.214	-0.049	0.212
-0.107	-0.143	0.017	-0.106	0.059
-0.121	-0.145	-0.087	-0.153	-0.056
0.122	0.101	0.113	0.068	0.115
0.052	0.057	0.072	0.059	0.097
0.098	0.105	0.118	0.118	0.148
0.266	0.278	0.294	0.306	0.337

-0.016	0.015	0.05	0.086	0.137
-0.039	-0.03	-0.012	0.012	0.054
-0.062	-0.062	-0.058	-0.045	-0.017
0.074	0.068	0.064	0.065	0.079
6.177E-3	0.011	0.016	0.023	0.039
0.066	0.068	0.072	0.077	0.09
0.119	0.127	0.135	0.145	0.161
0.237	0.251	0.268	0.287	0.312
0.085	0.114	0.146	0.184	0.228
0.012	0.031	0.057	0.092	0.139
-0.043	-0.035	-0.021	4.405E-3	0.044
-0.176	-0.177	-0.174	-0.162	-0.136
-0.182	-0.2	-0.216	-0.227	-0.226
0.077	0.052	0.025	-2.528E-3	-0.025
0.074	0.073	0.066	0.054	0.039
-0.015	-7.803E-3	-3.633E-3	-3.98E-3	-8.109E-3
№ варианта				
6	7	8	9	10
0	0	0.5	0.5	0.1
-0.094	-0.094	0.056	0.106	-0.084
-0.215	-0.229	-0.132	-0.106	-0.157
-0.23	-0.274	-0.119	-0.122	-0.095
-0.255	-0.327	-0.13	-0.143	-0.104
-0.027	-0.126	0.113	0.095	0.142
2.872E-3	-0.086	0.055	0.059	0.036

0.087	0.013	0.102	0.109	0.089
0.302	0.252	0.272	0.285	0.25
0.129	0.131	-1.121E-3	0.031	-0.058
0.056	0.077	-0.035	-0.022	-0.041
-0.013	0.013	-0.063	-0.061	-0.056
0.08	0.101	0.071	0.065	0.084
0.044	0.073	8.884E-3	0.014	-3.96E-3
0.095	0.127	0.067	0.07	0.064
0.169	0.211	0.123	0.131	0.109
0.326	0.386	0.244	0.259	0.218
0.254	0.354	0.099	0.13	0.048
0.169	0.292	0.021	0.043	-4.282E-3
0.072	0.202	-0.04	-0.029	-0.047
-0.114	6.882E-3	-0.177	-0.176	-0.169
-0.218	-0.132	-0.191	-0.209	-0.155
-0.03	0.01	0.065	0.039	0.107
0.034	0.064	0.075	0.071	0.066
-9.756E-3	0.021	-0.011	-5.228E-3	-0.027

Исходные данные к лабораторной работе №5, *MA(1)*

№ варианта				
1	2	3	4	5
0.1 0.033	-0.1 0.033	0.2 0.00256	-0.2 0.0026	0.3 -0.047

-0.00816	0.0003	-0.012	0.0046	-0.017
-0.125	-0.125	-0.124	-0.126	-0.124
0.101	0.076	0.114	0.064	0.126
0.184	0.201	0.175	0.21	0.166
0.029	0.067	0.0094	0.086	-0.0098
-0.076	-0.067	-0.081	-0.062	-0.086
-0.17	-0.184	-0.163	-0.192	-0.156
-0.061	-0.097	-0.043	-0.114	-0.026
-0.136	-0.151	-0.128	-0.159	-0.12
0.14	0.111	0.154	0.097	0.168
0.0066	0.032	-0.0059	0.044	-0.018
-0.00831	-0.00448	-0.01	-0.0026	-0.012
-0.186	-0.187	-0.185	-0.188	-0.185
0.161	0.124	0.18	0.105	0.199
-0.029	-0.0001.9	-0.043	0.014	-0.057
-0.163	-0.166	-0.161	-0.167	-0.16
-0.124	-0.157	-0.108	-0.174	-0.092
-0.183	-0.211	-0.169	-0.225	-0.155
-0.056	-0.095	-0.036	-0.115	-0.017
-0.067	-0.082	-0.059	-0.089	-0.052
0.006833	-0.8023	0.014	-0.015	0.022
-0.088	-0.088	-0.088	-0.088	-0.088
-0.093	-0.111	-0.084	-0.12	-0.076
№ варианта				
6	7	8	9	10

-0.3	0.4	-0.4	0.5	-0.5
-0.047	-0.117	-0.117	-0.207	-0.207
0.0089	-0.021	0.013	-0.025	0.017
-0.126	-0.123	-0.127	-0.123	-0.127
0.051	0.139	0.039	0.151	0.026
0.219	0.157	0.228	0.148	0.237
0.106	-0.029	0.125	-0.048	0.144
-0.057	-0.09	-0.052	-0.095	-0.047
-0.199	-0.149	-0.206	-0.142	-0.213
-0.132	-0.0079	-0.15	0.0098	-0.168
-0.167	-0.112	-0.175	-0.104	-0.183
0.082	0.183	0.068	0.197	0.054
0.057	-0.031	0.069	-0.044	0.082
-0.0006	-0.014	0.0012	-0.016	0.00316
-0.188	-0.184	-0.189	-0.183	-0.19
0.087	0.217	0.068	0.236	0.05
0.028	-0.072	0.043	-0.086	0.057
-0.168	-0.158	-0.17	-0.157	-0.171
-0.19	-0.075	-0.206	-0.059	-0.223
-0.239	-0.141	-0.253	-0.127	-0.267
-0.135	0.0031	-0.155	0.023	-0.174
-0.097	-0.044	-0.105	-0.036	-0.112
-0.023	0.029	-0.03	0.037	-0.038
-0.088	-0.088	-0.088	-0.088	-0.088
-0.128	-0.067	-0.137	-0.058	-0.146

Исходные данные к лабораторной работе №5, *MA(2)*

№ варианта				
1	2	3	4	5
0.5	-0.5	0.7	-0.7	0.85
-0.207	-0.207	-0.447	-0.447	-0.68
-0.275	0.217	-0.174	0.166	-0.083
-0.144	-0.144	-0.131	-0.136	-0.124
0.153	0.028	0.177	1.8E-3	0.195
0.211	0.287	0.156	0.279	0.123
-0.093	0.109	-0.105	0.165	-0.12
-0.191	-0.124	-0.143	-0.076	-0.122
-0.166	-0.232	-0.137	-0.237	-0.119
0.045	-0.139	0.059	-0.189	0.075
-0.015	-0.112	-0.053	-0.163	-0.068
0.236	0.085	0.241	0.041	0.251
0.028	0.139	-0.04	0.136	-0.08
-0.079	-0.047	-0.045	-0.018	-0.029
-0.193	-0.197	-0.186	-0.195	-0.182
0.239	0.052	0.275	0.014	0.302
0.00737	0.132	-0.077	0.123	-0.127
-0.228	-0.228	-0.183	-0.203	-0.159
-0.051	-0.217	-0.023	-0.253	-0.0005
-0.045	-0.202	-0.066	-0.263	-0.069

0.093 0.062 0.074 -0.051 -0.058	-0.118 -0.033 -0.0074 -0.059 -0.146	0.09 0.018 0.067 -0.073 -0.04	-0.186 -0.088 -0.037 -0.074 -0.163	0.099 -0.00006 0.066 -0.084 -0.027
№ варианта				
6	7	8	9	10
-0.85 -0.68 0.075 -0.13 -0.018 0.274 0.207 -0.04 -0.24 -0.226 -0.202 0.00735 0.133 0.0036 -0.193 -0.015 0.116 -0.184	0.25 -0.02 -0.177 -0.152 0.122 0.252 -0.058 -0.208 -0.191 0.012 -0.00846 0.212 0.081 -0.093 -0.197 0.194 0.071 -0.253	-0.25 -0.02 0.169 -0.154 0.06 0.296 0.038 -0.184 -0.226 -0.077 -0.048 0.141 0.144 -0.083 -0.201 0.1 0.142 -0.261	0.1 0.033 -0.088 -0.159 0.104 0.284 -0.042 -0.23 -0.208 -0.004 0.0063 0.203 0.121 -0.109 -0.201 0.167 0.12 -0.277	-0.1 0.033 0.08 -0.159 0.079 0.301 -0.00368 -0.22 -0.223 -0.04 -0.00947 0.174 0.146 -0.105 -0.202 0.129 0.149 -0.28

-0.28	-0.09	-0.172	-0.113	-0.146
-0.309	-0.055	-0.126	-0.052	-0.08
-0.236	0.065	-0.034	0.057	0.017
-0.129	0.073	0.035	0.091	0.076
-0.06	0.067	0.03	0.067	0.053
-0.085	-0.04	-0.04	-0.029	-0.029
-0.177	-0.087	-0.124	-0.093	-0.11

Исходные данные к лабораторной работе №6, *ARMA(1,1)*

№ варианта				
1	2	3	4	5
-0.1	0.1	0.2	0.2	-0.2
0.027	0.062	0.089	0.049	0.039
0.084	0.081	0.089	0.061	0.101
-0.17	-0.186	-0.184	-0.214	-0.13
0.205	0.24	0.241	0.32	0.151
-0.109	-0.153	-0.153	-0.265	-0.045
0.184	0.21	0.21	0.294	0.162
-0.128	-0.168	-0.168	-0.269	-0.061
-0.024	0.00532	0.0053	0.093	-0.052
-0.202	-0.2	-0.2	-0.219	-0.22
0.134	0.174	0.174	0.258	0.047
-0.135	-0.166	-0.166	-0.253	-0.113
-0.115	-0.085	-0.085	-0.00123	-0.163

0.089	0.109	0.109	0.126	0.027
0.034	0.014	0.014	-0.033	0.047
-0.025	-0.029	-0.029	-0.026	-0.0081
-0.065	-0.059	-0.059	-0.048	-0.068
-0.04	-0.028	-0.028	-0.00618	-0.067
0.012	0.019	0.019	0.026	-0.013
0.013	0.0095	0.0095	0.00062	0.00804
-0.00206	-0.00428	-0.00428	-0.00632	0.00085
0.261	0.261	0.261	0.263	0.261
-0.00623	-0.058	-0.058	-0.163	0.098
0.068	0.075	0.075	0.119	0.102
0.214	0.199	0.199	0.161	0.255
№ варианта				
6	7	8	9	10
-0.2	-0.5	-0.5	0.8	-0.8
-0.041	-0.113	0.00667	0.114	-0.166
0.101	0.163	0.099	-0.018	0.205
-0.211	-0.245	-0.087	-0.238	-0.246
0.288	0.294	0.095	0.532	0.24
-0.22	-0.209	0.024	-0.664	-0.104
0.268	0.26	0.148	0.732	0.151
-0.233	-0.218	0.027	-0.775	-0.09
0.065	0.052	-0.063	0.604	-0.075
-0.225	-0.229	-0.235	-0.567	-0.151
0.224	0.212	-0.066	0.674	0.105

-0.221	-0.206	-0.119	-0.71	-0.089
-0.03	-0.044	-0.239	0.474	-0.164
0.104	0.093	-0.077	-0.107	0.14
-0.00593	0.012	0.022	-0.0091	0.017
-0.024	-0.03	-0.00905	-0.035	-0.029
-0.055	-0.056	-0.079	-0.014	-0.065
-0.017	-0.024	-0.105	0.028	-0.036
0.02	0.019	-0.058	0.024	0.018
0.0052	0.00743	-0.016	-0.02	0.014
-0.0044	-0.0039	-0.0088	0.00009	-0.0049
0.262	0.262	0.254	0.265	0.261
-0.111	-0.085	0.225	-0.426	-0.00587
0.107	0.096	0.18	0.377	0.032
0.171	0.179	0.3457	-0.087	0.24

Исходные данные к лабораторной работе №7, *ARIMA(1,1,1)*

№ варианта				
1	2	3	4	5
23,24	21,688	21,724	12,871	28,399
19,038	30,255	90,932	20,158	22,697
15,515	48,093	23,04	41,075	38,513
73,851	23,444	21,177	33,512	56,561
20,061	47,633	66,495	31,68	20,733
59,185	32,075	14,731	24,42	19,82

27,067	22,977	24,988	60,197	19,535
29,409	34,72	17,832	27,329	36,495
20,658	23,093	52,698	26,468	23,038
39,493	13,484	29,436	28,612	2,464
20,261	67,246	21,445	21,654	32,642
30,516	3,763	62,707	32,758	30,741
22,442	18,964	45,63	42,211	17,314
35,703	39,913	31,287	54,153	27,857
6,077	31,857	33,993	17,227	32,46
52,712	51,549	17,875	18,679	22,022
38,464	16,372	33,066	22,721	38,552
24,962	19,68	18,635	11,734	29,815
42,977	24,512	12,423	67,889	18,717
21,192	32,154	29,152	37,037	36,679
21,014	49,929	22,043	24,76	43,044
37,596	56,315	13,866	59,684	37,76
58,36	37,122	35,213	34,697	34,401
24,899	38,611	42,248	27,481	29,233
12,012	20,683	33,674	47,697	48,972
№ варианта				
6	7	8	9	10
75,942	24,892	21,089	38,66	33,625
20,882	46,795	32,548	34,104	16,151
15,269	64,025	38,136	61,672	14,305

39,358	34,385	27,413	61,6	35,645
7,117	20,701	52,021	31,459	24,315
31,036	233,5	55,419	39,039	52,591
33,315	52,949	30,108	41,656	69,83
36,364	60,429	21,485	19,629	26,538
50,191	54,891	30,898	51,327	33,78
45,3	77,193	19,518	51,956	30,244
27,916	18,317	25,668	45,102	18,726
26,473	28,826	9,91	18,881	36,159
24,988	60,15	27,781	35,617	24,53
46,615	19,019	36,296	27,632	27,008
41,594	25,477	24,559	126,503	55,484
11,676	16,119	36,183	15,349	46,749
58,941	70,629	20,721	14,945	38,798
48,075	20,207	25,887	146,658	22,982
13,532	17,023	19,336	46,615	23,681
41,424	22,685	33,859	17,546	36,643
45,596	12,474	36,203	20,122	20,056
23,693	15,656	38,886	27,91	36,367
27,042	16,248	69,442	12,946	36,244
31,977	18,327	21,15	53,607	27,393
25,822	21,432	24,293	15,596	60,245

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика. Основы эконометрии, т.2. — М.: ЮНИТИ, 2001.
2. Кендэл М. Временные ряды. – М.: Финансы и статистика, 1981.
3. Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа. – М.: Финансы и статистика, 1988.
4. Канторович Г.Г. Временные ряды. Методические материалы // Экономический журнал ВШЭ. — 2002. — №1.
5. Maddala G.S. Introduction to Econometrics. — Macmillan Publishing Co, 1992.
6. Mills Terence C. The Econometric Modeling of Financial Time Series. 2-nd Edition. — Cambridge University press, 2000.
7. Patterson K. An Introduction to Applied Econometrics: A Time Series Approach. — MacMillan Pub LTD, 2000.
8. В.П. Бабак та ін. Статистична обробка даних. — К. : МІВВЦ, 2001.

Навчальне видання

Методичні вказівки

до лабораторних робіт з курсу

«Теорія часових рядів» для студентів спеціальності

113 «Прикладна математика»

Російською мовою

Укладачі:

ГАРДЕР Сергій Євгенович

ГОМОЗОВ Євген Павлович

КОРНІЛЬ Тетяна Леонівна

Відповідальний за випуск *Л.М. Любчик*

Роботу до видання рекомендував *М.І. Безменов*

Редактор *О.С. Самініна*

План 2012 р., поз.104+

Підписано до друку ______________. Формат 60×84 1/16 . Папір офсетний.

Riso-друк. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 2,0. Наклад 50 прим.

Зам. №____ Ціна договірна

Видавець і виготовлювач

Видавничий центр НТУ «ХПІ».

61002, Харків, вул. Фрунзе, 21.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №3657 від 24.12.2009 р.